ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 1º semestre, EER** **26. 01. 11**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $S'^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n-1}$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \dfrac{1}{2}$; $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$; $\gamma_2 = 3 + 12/n$

1. Seja $\{A_1, A_2, A_3\}$ uma partição de Ω, com $P(A_i) > 0$, $i = 1,2,3$, e B e C dois acontecimentos em Ω. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $B \subset A_2$, então $P(B) = P(B \mid A_2) \times P(A_2)$		
Se B e C são incompatíveis pode-se sempre escrever $P(B \cap C) = 0$		
Se $P(B) > 0$ e $P(C) > 0$, então pode-se garantir que $P(B \mid C) = P(B)/P(C)$		
Pode-se garantir que $P(A_1 \cap A_3) = 0$		

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F(x)$ e $a \in \Re$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X for contínua, $f(x)$ tem domínio em $\Re$ e contradomínio em [0;1]		
Se X for discreta, $F(x)$ tem pelo menos 3 pontos de descontinuidade		
Se X for variável aleatória mista, então $0 \leq F(x) \leq 1$		
Se X for contínua com $f(x) > 0$ para $x > 0$ e $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 1 \\ X-1 & X > 1 \end{cases}$. Então Y é uma variável aleatória discreta		

3. Seja X uma variável aleatória de média $\mu \neq 0$ e variância σ^2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A função geradora dos momentos é utilizada para obter a distribuição de um produto de variáveis aleatórias independentes		
Se X tiver uma distribuição do qui-quadrado com 10 graus de liberdade média e mediana não podem coincidir.		
Pode-se garantir que $E\left(\dfrac{5}{X}\right) = \dfrac{5}{E(X)}$		
Se X for contínua, $\mathrm{var}(X-3) = \mathrm{var}(3-X)$ apenas se a distribuição de X for simétrica		

vsff →

4. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $F_{X,Y}(1.5,2.0)=1$, então $F_Y(2.0)=1$		
Se X e Y independentes então $f_{X\|Y=y}(x)=f_X(x)$ quando $f_Y(y)>0$		
Se X e Y forem independentes pode-se garantir que $\mathrm{cov}(X,Y)=0$		
Se X e Y forem independentes então X^2 e Y são também independentes		

5. Seja $(X_1,X_2,\cdots,X_n), n>2$, uma amostra casual simples retirada de um universo X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Numa amostra casual as observações têm todas idêntica distribuição		
Existindo $\mathrm{var}(X)$, pode-se garantir que, qualquer que seja a distribuição de X, $E(S^2)<E(S'^2)$		
Se existir $\mathrm{var}(X)$, então pode-se garantir que $\mathrm{var}(\overline{X})$ existe		
Se o universo for normal então a média do universo coincide com a média da amostra.		

6. Sendo A e B dois acontecimentos independentes definidos no espaço Ω, prove, recorrendo à axiomática de Kolmogorov, que $\overline{A}$ e $\overline{B}$ são independentes [Cotação: 15]

7. Seja $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ uma amostra casual extraída de um universo X com função de distribuição $F_X(x)$. Seja ainda $T=\max\{X_i\}$. Obtenha a função de distribuição de T como função de F_X. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Recurso - **26. 01. 11**
2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**_________

Espaço reservado para classificações

1.(15)	2a.(15)	3.(15)	5a.(15)	6a.(10)	T:
	2b.(10)	4.(15)	5b.(10)	6b.(15)	P:

1. Para seleccionar um candidato para determinado emprego, uma empresa recorre a um exame escrito seguido por uma eventual entrevista. Para ser seleccionado um candidato tem de obter aprovação na entrevista. Sabe-se que:

- A probabilidade de ter menos de 50% na prova escrita é 0.4
- A probabilidade de ter entre 50% e 90% na prova escrita é de 0.35
- A probabilidade de obter aprovação na entrevista para quem tenha mais de 90% na prova escrita é 0.6
- A probabilidade de obter aprovação na entrevista para quem entre 50% e 90% na prova escrita é 0.4
- Um candidato com menos de 50% na prova escrita é excluído.

Qual a probabilidade de um candidato ser aprovado?

2. A diferença entre a hora de passagem na tabela e o momento efectivo de passagem do autocarro numa certa paragem, em minutos, é uma variável aleatória, X , cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{36-x^2}{288} & -6<x<6\\ 0 & \text{outros valores}\end{cases}$$

a) Determine a função de distribuição.

b) Qual a probabilidade de um passageiro que se atrase 2 minutos em relação à tabela, ainda apanhar o autocarro pretendido?

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória em que X representa o número de suplentes que uma dada equipa amadora de futebol pode utilizar e Y o número de suplentes efectivamente utilizados num jogo amigável. A função probabilidade de (X,Y) é dada por

$x \setminus y$	0	1	2	3	4	5
1	0.01	0.09				
2	0.01	0.02	0.07			
3	0.00	0.10	0.35	0.05		
4	0.00	0.02	0.12	0.04	0.02	
5	0.00	0.00	0.03	0.04	0.02	0.01

Calcule $E(Y \mid X=3)$ e interprete o resultado.

4. Com base na informação recolhida em anos anteriores, sabe-se que é de 0.25 a probabilidade de um indivíduo, residente numa determinada região, aderir às campanhas de vacinação anual contra a gripe. Sabendo que nessa região residem 123 mil pessoas, qual o número mínimo de vacinas que os serviços médicos devem dispor para responderem às necessidades de vacinação com uma probabilidade de pelo menos 95%?

5. O número de consultas a um determinado *site* segue um processo de Poisson com intensidade média de 12 por hora.

a) Qual a probabilidade de decorrerem mais de 10 minutos entre duas consultas consecutivas?

b) Calcule a probabilidade de, em cinco horas, se efectuarem entre 50 e 70 consultas inclusive.

6. O tempo (em minutos) que um professor demora a corrigir a parte prática de um exame de Estatística I pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição normal de média 15 e desvio padrão 3.

a) Qual a percentagem de exames em que a parte prática é corrigida em menos de 10 minutos?

b) Numa amostra casual de 9 destas provas, calcule a probabilidade do tempo médio gasto na sua correcção ter sido inferior a 14 minutos.